SUBJECT: $\frac{8}{\int_1} x$

مثال:

$$y' + 2xy = 2x\, e^{-x^2} \quad (1)$$

نحلها حسب طريقة تحويل الثابت

نأخذ المعادلة المتجانسة لها.

$$y' + 2xy = 0 \quad (2)$$

وهي معادلة ذات متحولات منفصلة نفصل متحولاتها

$$\int \frac{dy}{y} = -2 \int x\, dx$$

$$\ln \frac{y}{c} = -x^2 \Rightarrow$$ نأخذ الطرفين

$$\boxed{y = c\, e^{-x^2}} \quad (3)$$

نحول c الى ثابت ونشتقه

$$y' = c'\, e^{-x^2} - 2(x\, e^{-x^2})c$$

نأخذ y و y' ونعوضهما $\boxed{1}$

$$c' e^{-x^2} - 2cx\, e^{-x^2} + 2cx\, e^{-x^2} = 2x\, e^{-x^2}$$

$$c' e^{-x^2} = 2x\, e^{-x^2} \Rightarrow c' = 2x$$

$$c = \int 2x\, dx \Rightarrow \boxed{c = x^2 + c_1}$$

نعوض c في $\boxed{3}$

$$\Rightarrow \boxed{y = x^2 e^{-x^2} + c_1\, e^{-x^2}}$$

هو الحل العام $\boxed{1}$

مثال: جد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' \cdot \cos^2 x + y = \tan x \quad (1)$$

$$y(0) = 0$$

$$y' \cos^2 x + y = 0 \quad (2)$$ وهي معادلة متجانسة

وهي ذات متحولات منفصلة نفصل متحولاتها

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{\cos^2 x} \Rightarrow \ln \frac{y}{c} = -\tan x$$

$$y = c\, e^{-\tan x} \quad [3]$$

$$y' = c'\, e^{-\tan x} - \frac{c}{\cos^2 x}\, e^{-\tan x}$$

نعوض في [II]

$$c'\, e^{-\tan x} \cdot \cos^2 x = \tan x \Rightarrow$$

$$c' = \frac{\tan x \cdot e^{+\tan x}}{\cos^2 x} \Rightarrow c = e^{\tan x}(\tan(x-1)$$

نعوض في [3]

الحل العام لـ (1) $y = \tan(x-1) + c_1\, e^{-\tan x}$

لإيجاد الحل الخاص نعوض في شروط الابتدائية

$$0 = 0 - 1 + c_1 \Rightarrow \boxed{c_1 = 1}$$

نعوض في الحل العام لـ 1

$$y = \tan(x-1) + e^{-\tan x}$$

برنولي

مثال:

$$y' + \frac{1}{x} y = x^2 y^4$$

نقسم على y^4

$$\frac{y'}{y^4} + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y^3} = x^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{y^3} = Z \Rightarrow Z' = \frac{-3y'y^2}{y^6} \Rightarrow Z' = \frac{-3y'}{y^4}$$

$$\frac{Z'}{-3} = \frac{-y'}{y^4}$$

نعوض في المعادلة [I]

نضرب بـ [-3]

$$-\frac{1}{3} Z' + \frac{Z}{x} = x^2$$

$$Z' - \frac{3Z}{x} = -3x^2 \quad [2]$$

وهي معادلة خطية غير متجانسة
معادلة

SUBJECT:

$$Z' - \frac{3}{x} Z = 0 \qquad (3)$$

$$\int \frac{dZ}{Z} = 3 \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln \frac{Z}{c} = 3 \ln x \Rightarrow \ln \frac{Z}{c} = \ln x^3$$

$$\boxed{Z = c x^3} \quad (4)$$

(5) نعوضها $\left\{ Z' = c' x^3 + 3 c x^2 \right.$

$$c' x^3 + 3 c x^2 - 3 c x^2 = -3 x^2$$

$$c' = -\frac{3}{x} \Rightarrow c = -3 \int \frac{dx}{x}$$

$$c = -3 \ln x + c_1$$

نعوضها في (4)

$$Z = -3 \ln x \, x^3 + x^3 c_1$$

وهو الحل العام لـ 2

بالعودة إلى التحويل التقريبي نحصل على الحل العام لـ 1

$$\frac{1}{y^3} = -3 \ln x \cdot x^3 + c_1 \cdot x^3$$

$$y^3 = \frac{1}{-3 \ln x \cdot x^3 + c_1 \cdot x^3}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{1}{-3 \ln x \cdot x^3 + c_1 \cdot x^3}}$$